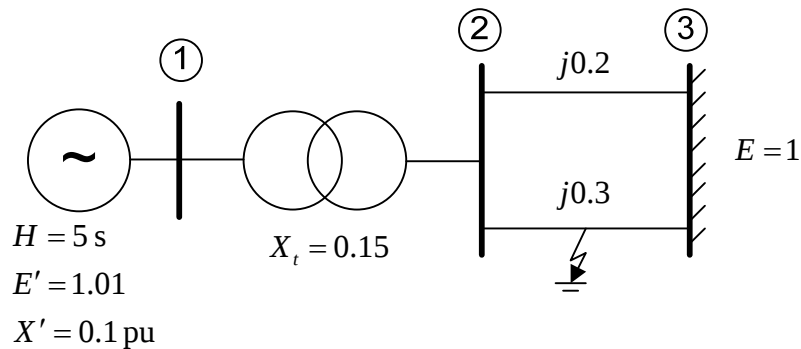


En el sistema de la figura se produce un cortocircuito trifásico en el punto central de la línea de impedancia $j0.3$ pu. Determinar cual debe ser el tiempo máximo de apertura de los interruptores de la línea para que el generador del nudo 1 no pierda la estabilidad si la potencia mecánica en dicho generador es 1.8 pu.

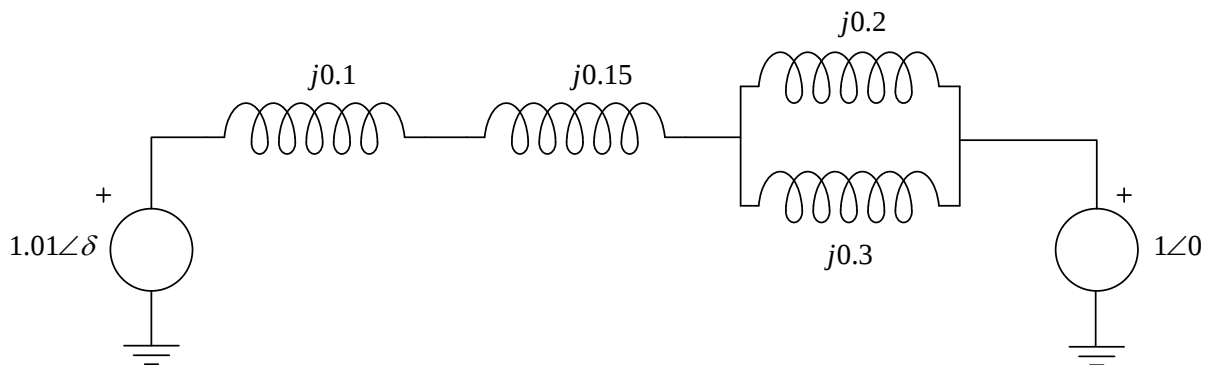


Solución

Tenemos tres situaciones distintas: antes del cortocircuito, durante el cortocircuito y después del cortocircuito. Vamos a analizar cada uno de ellos y determinar la ecuación potencia-ángulo para cada situación.

Antes del corto

La red de secuencia directa del sistema antes del cortocircuito es



La ecuación potencia ángulo es:

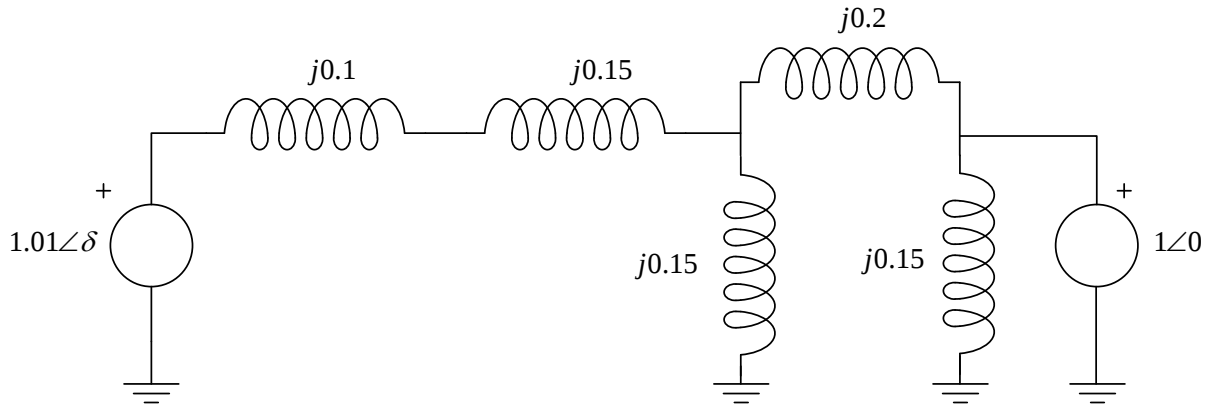
$$P = \frac{E'U}{X_{tot}} \sin \delta = \frac{1.01 \cdot 1}{0.37} \sin \delta = 2.7297 \sin \delta$$

Si tenemos en cuenta que antes del corto el generador estaba en régimen permanente, la potencia eléctrica es igual a la mecánica, es decir 1.8 pu. Esto nos permite calcular el ángulo de máquina inicial δ_0 :

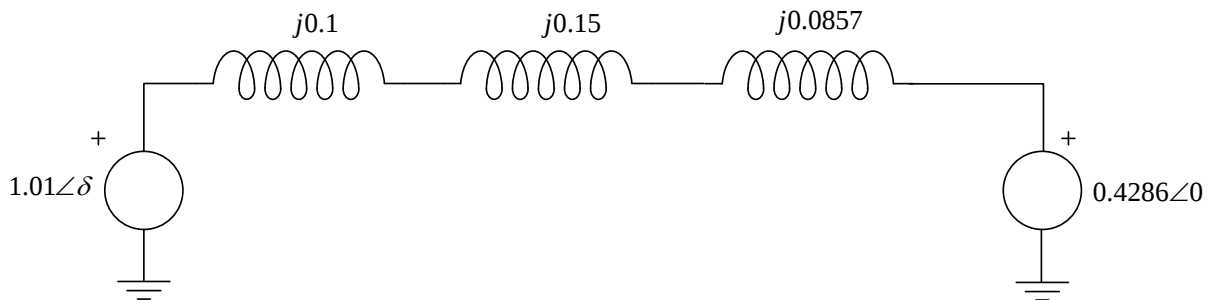
$$1.8 = \frac{1.01 \cdot 1}{0.37} \text{sen} \delta_0 \Rightarrow \delta_0 = \arcsen \frac{1.8 \cdot 0.37}{1.01} = 0.72 \text{ rad}$$

Durante el corto

La red de secuencia directa durante el cortocircuito es:



Tomando el equivalente Thevenin de la red de potencia infinita y las tres reactancias más próximas:

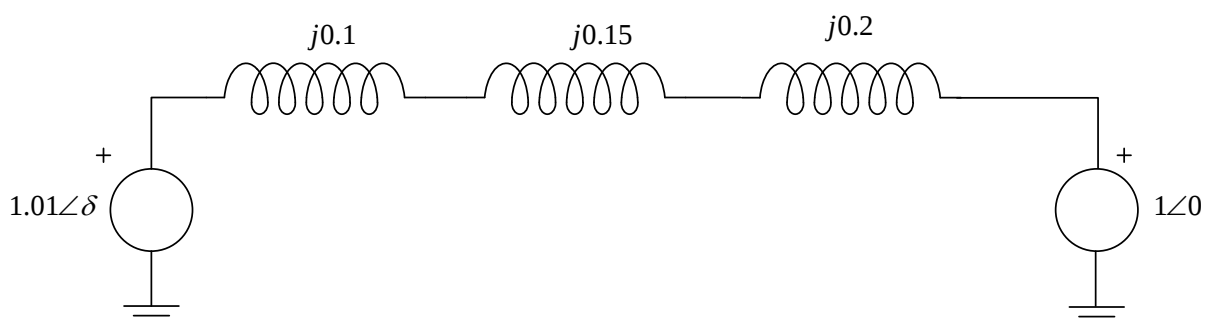


La ecuación potencia-ángulo queda:

$$P = \frac{1.01 \cdot 0.4286}{(0.1 + 0.15 + 0.0857)} \text{sen} \delta = 1.2895 \text{sen} \delta$$

Después del corto

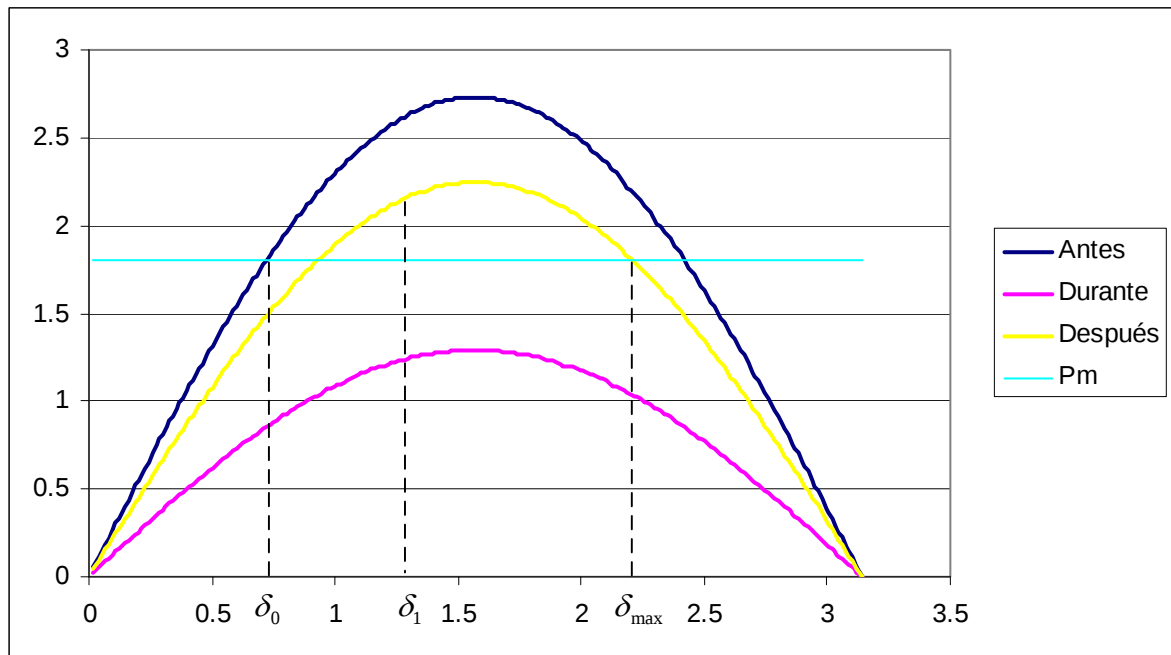
La red de secuencia directa después el cortocircuito es:



La ecuación potencia-ángulo queda:

$$P = \frac{1.01 \cdot 1}{(0.1 + 0.15 + 0.2)} \text{sen} \delta = 2.2444 \text{sen} \delta$$

Si representamos en una gráfica las tres curvas de potencia junto con la potencia mecánica tenemos:



Antes del corto, el sistema estaba en régimen permanente y el ángulo de máquina permanecía estable en el valor δ_0 . Al producirse el corto, la potencia mecánica se hace mayor a la potencia eléctrica, el resultado es que el rotor de la máquina comienza a acelerar, lo cual se traduce en un aumento del ángulo de máquina δ . Transcurrido un tiempo actúan las protecciones de la línea afectada por el corto, cuando el ángulo de máquina había alcanzado el valor δ_1 . A partir de ese instante, la potencia eléctrica se vuelve a hacer mayor a la mecánica, resultando en una deceleración de la máquina. Sin embargo, el ángulo de máquina seguirá aumentando hasta que la velocidad se haga igual a la de sincronismo. En ningún caso podemos sobrepasar el valor $\delta_{\max}$ ya que en caso contrario la potencia mecánica sería de nuevo mayor que la eléctrica acelerando el generador sin que pueda ya alcanzarse la estabilidad. Si las protecciones de la línea afectada actúan en el último momento, justamente se alcanzará ese valor de $\delta_{\max}$, es decir el tiempo crítico de apertura es el que hace que después del corto se alcance el valor de $\delta_{\max}$, cuyo valor es:

$$1.8 = 2.2444 \text{sen} \delta_{\max} \Rightarrow \delta_{\max} = \arcsen \frac{1.8}{2.2444} = 2.211 \text{ rad}$$

Obsérvese que se toma en el arco seno el valor del ángulo más próximo a π radianes.

Por aplicación del criterio de igualdad de áreas, las áreas limitadas por la potencia mecánica y eléctrica durante y después del cortocircuito son iguales. Es decir:

$$\int_{\delta_0}^{\delta_1} (1.8 - 1.2895 \sin \delta) d\delta = \int_{\delta_1}^{\delta_{\max}} (2.2444 \sin \delta - 1.8) d\delta$$

Integrando,

$$\begin{aligned} 1.8(\delta_1 - \delta_0) + 1.2895 (\cos \delta_1 - \cos \delta_0) &= -2.2444 (\cos \delta_{\max} - \cos \delta_1) - 1.8(\delta_{\max} - \delta_1) \\ 1.8\delta_1 - 1.296 + 1.2895 \cos \delta_1 - 0.9694 &= 1.34 + 2.2444 \cos \delta_1 - 3.9798 + 1.8\delta_1 \\ 0.3734 &= 0.955 \cos \delta_1 \Rightarrow \cos \delta_1 = 0.391 \Rightarrow \delta_1 = 1.1691 \text{ rad} \end{aligned}$$

Una vez determinado el valor del ángulo δ_1 que hace que el generador no entre por la mínima en inestabilidad, sólo queda determinar el valor del tiempo que corresponde a dicho ángulo, que será el tiempo crítico de apertura de las protecciones de la línea afectada. Para determinar ese tiempo, hay que integrar la ecuación de oscilación:

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{\omega_0}{2H} (P_m - P_e)$$

Si suponemos que el generador tiene un par de polos, la velocidad de sincronismo es $2 \cdot \pi \cdot 50$ rad/s. La potencia eléctrica es la que corresponde a la situación durante el corto.

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{2\pi 50}{2 \cdot 5} (1.8 - 1.2895 \sin \delta) = 56.5487 - 40.5077 \sin \delta$$

La solución de la ecuación diferencial no puede ser analítica ya que el ángulo de máquina es función el tiempo. La resolución debe hacerse por métodos numéricos. Para ello utilizaré el método de Euler, por el que se aproxima la ecuación diferencial al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \delta_{i+1} &= \delta_i + \Delta t \Delta \omega \\ \omega_{i+1} &= \omega_i + \Delta t \frac{2\pi 50}{2 \cdot 5} (1.8 - 1.2895 \sin \delta_i) \end{aligned}$$

Estas ecuaciones se resuelven iterativamente, donde i expresa la iteración, y Δt representa el intervalo de tiempo usado para el proceso.

Utilizando un Δt de 0.001 segundos, y teniendo en cuenta que para $t=0$ el valor del ángulo es de 0.72 radianes y el de la velocidad es el valor de la velocidad de sincronismo ($2\pi 50$), la evolución del ángulo de máquina es el representado en la siguiente figura. En ella se puede determinar que el tiempo crítico de apertura de las protecciones pedido es de unos 0.025 segundos, ya que es el valor del tiempo que corresponde a un ángulo de máquina de valor δ_1 (1.1691 radianes). Esta gráfica se ha obtenido mediante la hoja de cálculo Excel.

Obviamente la solución encontrada es aproximada. Una mejor solución puede obtenerse utilizando el método de Runge-Kutta en la resolución de la ecuación diferencial.

